

Dr Nikola Mirković^{*1}
Dr Uroš Mirković²

ANALIZA OSETLJIVOSTI DODATNIH TEMPERATURNIH NAPONA U KONTINUALNO ZAVARENIM ŠINAMA NA MOSTU U FUNKCIJI OTPORA PODUŽNOM POMERANJU KOLOSEKA

0352-2733, 57 (2025), p. 62-82
doi: 10.5937/GK25057062M

UDK: 625.143.48:624.21.042.5
624.042.5:519.6
PREGLEDNI RAD

Rezime

U ovom radu analizirana je osetljivost dodatnih temperaturnih napona u kontinualno zavarenim šinama na mostu, na primeru železničkog vijadukta raspona 10×30 m. Cilj analize je kvantifikacija uticaja otpora podužnom pomeranju koloseka na raspodelu temperaturnih napona koji nastaju usled termičke interakcije kolosek/most.

Otpor podužnom pomeranju koloseka predstavlja ključni parametar u ponašanju kontinualno zavarenih šina na mostu. Numerički modeli razvijeni su primenom metode konačnih elemenata, dok su proračuni izvedeni u skladu sa relevantnim evropskim standardima i smernicama, uključujući UIC Code 774-3. Ispitivani su otpori podužnom pomeranju koloseka u letnjim i zimskim uslovima, primena redukovanih otpora sistema šinskih pričvršćenja, kao i ZLR (Zero Longitudinal Restraint) sistema. Posebna pažnja posvećena je uticaju ovih varijacija na kontrolu bočne stabilnosti koloseka u letnjim uslovima, kao i na kontrolu veličinu zazora pri pucanju šine u zimskim uslovima. Obe kontrole su od ključnog značaja za bezbednost železničkog saobraćaja.

Rezultati pokazuju da varijacije otpora podužnom pomeranju koloseka izazivaju značajne promene u raspodeli temperaturnih napona, što naglašava potrebu za pažljivim dimenzionisanjem i optimizacijom elemenata koloseka na mostu. Dobijeni zaključci doprinose boljem razumevanju termičke interakcije kolosek/most i predstavljaju osnovu za unapređenje projektovanja železničkih vijadukata sa kontinualno zavarenim šinama.

¹ Institut za vodoprivredu Jaroslav Černi, 11226 Beograd, Srbija;
nikola.mirkovic@jcerni.rs

² Institut za vodoprivredu Jaroslav Černi, 11226 Beograd, Srbija; uros.mirkovic@jcerni.rs

Ključne reči: železnica, kontinualno zavarene šine, interakcija kolosek/most, otpor podužnom pomeranju koloseka, temperaturni naponi, numerička analiza

SENSITIVITY ANALYSIS OF ADDITIONAL TEMPERATURE STRESSES IN CONTINUOUSLY WELDED RAILS ON A BRIDGE AS A FUNCTION OF TRACK LONGITUDINAL RESISTANCE

Summary

This study investigates the sensitivity of additional temperature stresses in continuously welded rails on a bridge, using a railway viaduct with a span of 10×30 m as an example. The aim of the analysis is to quantify the influence of track longitudinal resistance on the distribution of temperature stresses arising from the thermal track/bridge interaction.

Track longitudinal resistance represents a key parameter in the behavior of continuously welded rails on a bridge. Numerical models were developed using the finite element method, and the calculations were performed in accordance with relevant European standards and guidelines, including UIC Code 774-3. The study examined track longitudinal resistance under summer and winter conditions, the application of reduced resistances in rail fastening systems, as well as the ZLR (Zero Longitudinal Restraint) system. Special attention was given to the influence of these variations on the control of track lateral stability in summer conditions, as well as on the control of rail break gap in winter conditions. Both checks are of critical importance for railway safety.

The results show that variations in track longitudinal resistance cause significant changes in the distribution of temperature stresses, highlighting the need for careful design and optimization of track components on a bridge. The findings contribute to a better understanding of thermal track/bridge interaction and provide a basis for improving the design of railway viaducts with continuously welded rails.

Keywords: railway, continuously welded rails, track/bridge interaction, track longitudinal resistance, temperature stresses, numerical analysis

1. UVOD

Kontinualno zavarene šine predstavljaju standardno tehničko rešenje kod savremenih železničkih sistema zbog povoljnog dinamičkog ponašanja, povećane udobnosti vožnje i smanjenih troškova održavanja. Međutim, izostanak šinskih spojeva dovodi do toga da temperaturne promene u šinama izazivaju značajne aksijalne sile i napone, koji mogu imati nepovoljan uticaj na bezbednost i trajnost koloseka. Ovaj problem je posebno izražen na mostovima, gde temperaturne promene u konstrukciji gornjeg stroja mosta, u odnosu na referentnu temperaturu mosta pri kojoj su šine završno ugrađene i zavarene, dovode do pojave dodatnih temperaturnih napona u kontinualno zavarenim šinama. Doktorska disertacija Mirković [1] bavi se ovim pitanjem, a u nastavku ovog rada prikazani su određeni njeni delovi koji se odnose na analizu osetljivosti dodatnih temperaturnih napona u kontinualno zavarenim šinama na mostu sa aspekta otpora podužnom pomeranju koloseka.

U zavisnosti od tipa konstrukcije koloseka, ponašanje kontinualno zavarenih šina pod dejstvom temperaturne promene u konstrukciji gornjeg stroja mosta može biti različito. Savremeni sistemi šinskih pričvršćenja projektovani su tako da obezbede definisan otpor podužnom pomeranju koloseka, čime se ograničava relativno pomeranje šina i omogućava kontrola temperaturnih sila. Pored otpora koji potiče od veze između šine i sistema šinskog pričvršćenja, javlja se i otpor od sadejstva pragova sa zastorom od tucanika, pri čemu se u proračunima kao merodavan usvaja manji od ova dva otpora. Posebni sistemi šinskih pričvršćenja sa redukovanim otporom, kao što je i ZLR (Zero Longitudinal Restraint), primenjuju se u određenim zonama duž koloseka na dugim mostovima radi smanjenja prenosa termičkih sila sa konstrukcije gornjeg stroja mosta na konstrukciju koloseka.

Izbor odgovarajućeg otpora podužnom pomeranju koloseka sa kontinualno zavarenim šinama na mostovima predstavlja jedno od ključnih projektantskih pitanja, jer direktno utiče na veličinu dodatnih temperaturnih napona u šinama, silu pritiska merodavnu za kontrolu bočnu stabilnost koloseka u letnjim uslovima, kao i silu zatezanja koja može dovesti do pucanja šine i pojave zazora u zimskim uslovima. Neadekvatno dimenzionisani sistemi šinskih pričvršćenja ili nepravilno definisane dilatacione zone mosta mogu dovesti do povećanog rizika od bočnog izvijanja koloseka ili pucanja šine, što direktno ugrožava bezbednost železničkog saobraćaja.

Određivanje dodatnih temperaturnih napona u kontinualno zavarenim šinama podrazumeva proračun interakcije kolosek/most usled temperaturnih promena u konstrukciji gornjeg stroja mosta. Fryba [2] je razvio analitički metod za analizu termičke interakcije između koloseka i mosta, zasnovan na teorijskoj formulaciji ponašanja kontinualno zavarenih šina na mostu pod dejstvom temperaturnih promena, uz uvažavanje linearne podužne krutosti veze koloseka i mosta. Metod je verifikovan eksperimentalnim rezultatima, na osnovu kojih su date preporuke za dozvoljene dilatacione dužine železničkih mostova sa kontinualno zavarenim šinama.

Ruge i Birk [3] su prvi analizirali podužne sile u kontinualno zavarenim šinama na mostu primenom nelinearne formulacije interakcije kolosek/most, uzimajući u obzir istoriju deformacija, kao i nelinearne krutosti za temperaturna dejstva mosta i za horizontalna i vertikalna opterećenja od železničkog vozila. U daljem istraživanju, Ruge i grupa autora [4] pokazali su da naprezanja u kontinualno zavarenim šinama u velikoj meri zavise od podužnog karaktera veze koloseka i mosta, pri čemu nelinearna podužna krutost ima ključnu ulogu i razlikuje se u zavisnosti od toga da li je kolosek opterećen ili neopterećen.

Zhang, Wu i Li [5] su analizirali interakciju kolosek/most radi određivanja podužnih naprezanja i pomeranja pod dejstvom temperaturnih promena i opterećenja od železničkog vozila, sa aspekta upotrebljivosti i bezbednosti koloseka. Nelinearne karakteristike sistema šinskih pričvršćenja određene su laboratorijskim ispitivanjima, a rezultati zasnovani na krivama pomeranje-podužni otpor upoređeni su sa evropskim standardima. Utvrđeno je da izbor proračunskih metoda i odgovarajućih krivih pomeranje-podužni otpor značajno utiče na tačnost proračuna dodatnih podužnih naprezanja u kontinualno zavarenim šinama i relativnih podužnih pomeranja koloseka i mosta. Strauss i grupa autora [6] su pokazali da naprezanja u kontinualno zavarenim šinama zavise ne samo od temperaturnih deformacija mosta, već i od karakteristika sistema šinskih pričvršćenja. Predloženi su alternativni pristupi modeliranju veze koloseka i mosta primenom kompozitnih materijala kao zamene za klasične modele opruga, kao i nelinearni model celokupnog sistema za kolosek u zastoru od tucanika i na čvrstoj podlozi.

Zhang i grupa autora [7] predložili su model frikcionne opruge za opis podužnog otpora sistema šinskih pričvršćenja zasnovan na eksperimentalnim podacima, a primena metode konačnih elemenata omogućila je detaljno modelovanje interakcije, pri čemu je poređenjem

izračunatih i izmerenih rezultata potvrđena validnost pristupa za buduća istraživanja.

Dai i Liu [8] razvili su integralni prostorni model interakcije kolosek/most primenom metode konačnih elemenata i analizirali su dodatne podužne sile u kontinualno zavarenim šinama, upoređujući standardne sisteme šinskih pričvršćenja i sisteme sa redukovanim podužnim otporom. Rezultati su pokazali da niži podužni otpor smanjuje dodatne sile u šinama, ali povećava veličinu zazora pri pucanju šine.

Sa aspekta tehničke regulative, UIC Code 774-3 [9] definiše interakciju kolosek/most i granične vrednosti dodatnih napona i pomeranja kod kontinualno zavarenih šina, uključujući smernice za numeričke proračune. Evropski standard EN 1991-2 [10] i nacionalni standard SRPS EN 1991-2 [11] sa aneksom [12] obuhvataju dejstva relevantna za proračun interakcije kolosek/most.

Na osnovu prethodnih istraživanja i važeće tehničke regulative u oblasti termičke interakcije kolosek/most, može se zaključiti da proračun dodatnih temperaturnih napona u kontinualno zavarenim šinama na mostu i dalje predstavlja aktuelnu temu, koja zahteva kontinuirano unapređenje, kako sa istraživačkog, tako i sa regulatornog aspekta. Numeričke metode su se pokazale pouzdanijim i preciznijim od analitičkih proračuna interakcije kolosek/most. Ipak, i dalje su potrebne detaljnije smernice za proračun s ciljem smanjenja dodatnih temperaturnih napona, što se može postići sveobuhvatnom analizom osetljivosti ključnih parametara i njihovom kvantifikacijom.

2. TEORIJSKI OKVIR TERMIČKE INTERAKCIJE KOLOSEK/MOST

Prema nelinearnoj formulaciji interakcije kolosek/most koju su razvili Ruge i Birk [3], na slici 1 (levo) prikazan je model šine podužne krutosti $E \cdot A$ i mosta dužine L_B . Levi oslonac mosta (tačka A) ima oprugu podužne krutosti k_A , koja ograničava podužno pomeranje, dok desni oslonac (tačka B) omogućava slobodno podužno pomeranje. Dve opruge podužne krutosti $k_0 = k_1 = \sqrt{E \cdot A \cdot c_u}$ predstavljaju deo šine na zemljanom trupu pruge. Veza između šine i mosta ostvaruje se preko elastične veze čija podužna krutost zavisi od toga da li je kolosek neopterećen (c_u) ili opterećen (c_l) i da li proklizava po zastoru od tucanika ili po sistemu šinskog pričvršćenja. Na slici 1 (desno) prikazan je element veze sa razlikom pomeranja u_D [3]:

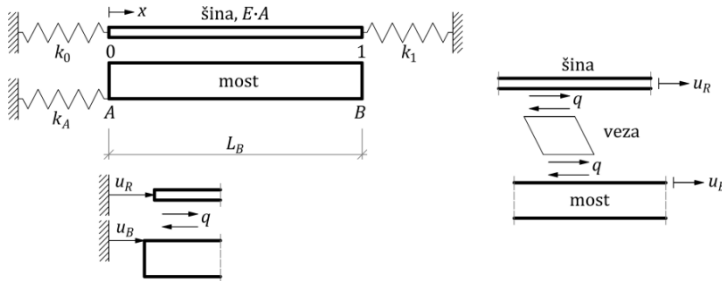
$$u_D = u_R - u_B \text{ za } |u_R - u_B| < \tilde{u} \quad (1)$$

$$u_D = \text{sign}(u_R - u_B) \cdot \tilde{u} \text{ za } |u_R - u_B| \geq \tilde{u} \quad (2)$$

gde je:

u_R - podužno pomeranje šine,

u_B - podužno pomeranje gornje ivice mosta.



Slika 1. Model interakcije kolosek/most (levo) i element veze (desno) u skladu sa [3]

Bitna karakteristika sistema šine i mosta je ograničenje deformacije elementa veze na kritičnu vrednost \tilde{u} , pri čemu ispod ove vrednosti važi linearna zavisnost između razlike pomeranja u_D i otpora podužnom pomeranju q [3]:

$$q = -c_u \cdot u_D \quad (3)$$

Za relativna granična pomeranja veća od \tilde{u} šina proklizava, pri čemu važi nelinearna zavisnost između razlike pomeranja u_D i otpora podužnom pomeranju q . U ovom slučaju otpor podužnom pomeranju q je konstantan [3]:

$$q = -c_u \cdot \text{sign}(u_R - u_B) \cdot \tilde{u} \text{ za } |u_R - u_B| \geq \tilde{u} \quad (4)$$

U slučaju kada se u obzir uzima istorija prethodnih opterećenja i deformacija, otpor podužnom pomeranju q određuje se u skladu sa sledećim izrazima [3]:

$$q = (u_D - \tilde{u}) \cdot c_u \text{ za } z_R - z_B \geq 0 \quad (5)$$

$$q = (u_D + \tilde{u}) \cdot c_u \text{ za } z_R - z_B < 0 \quad (6)$$

gde je:

z_R - dodatno podužno pomeranje šine,

z_B - dodatno podužno pomeranje gornje ivice mosta.

Dodatno podužno pomeranje gornje ivice mosta (z_B) usled temperaturne promene određuje se na osnovu sledećeg izraza [3]:

$$z_B = z_A + \alpha \cdot \Delta T_B \cdot X \quad (7)$$

gde je:

z_A - dodatno podužno pomeranje oslonca mosta u tački A ,

α - koeficijent termičkog širenja mosta,

ΔT_B - temperaturna promena u konstrukciji gornjeg stroja mosta.

Dodatno podužno pomeranje mosta usled temperaturne promene izaziva dodatna podužna pomeranja šine, koja u slučaju elastičnog ponašanja elementa veze zadovoljavaju [3]:

$$E \cdot A \cdot z_R'' - c_u \cdot (z_R - z_B) = 0 \quad (8)$$

Sa druge strane, u slučaju plastičnog ponašanja elementa veze, dodatna podužna pomeranja šine definisana su sledećom jednačinom [3]:

$$E \cdot A \cdot z_R'' = -q(x) \quad (9)$$

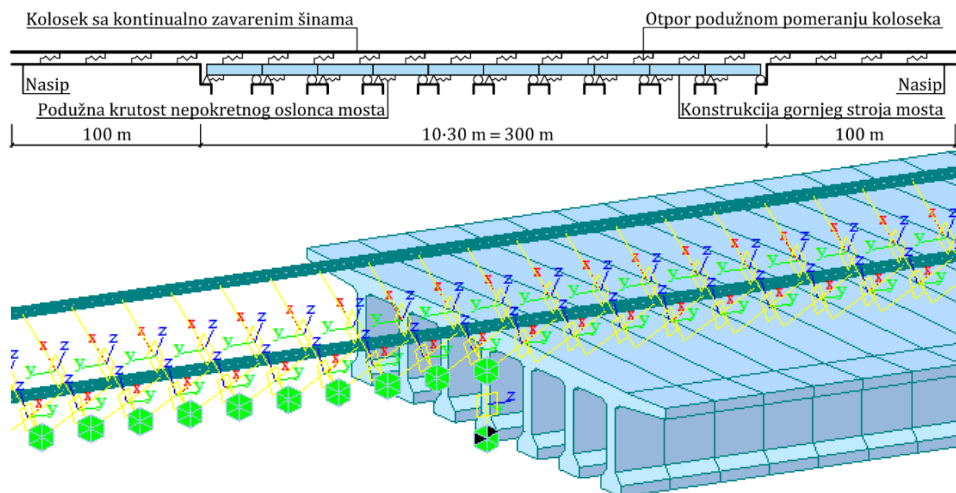
U zonama gde je prethodni slučaj opterećenja tekao elastično, a trenutni plastično, otpor podužnom pomeranju q prati nepoznatu krivu [3]:

$$-2 \cdot \tilde{u} \cdot c_u \leq q(x) \leq 2 \cdot \tilde{u} \cdot c_u \text{ za } |u_D| \leq \tilde{u} \quad (10)$$

3. PRORAČUNSKI MODEL VIJADUKTA SA KONTINUALNO ZAVARENIM ŠINAMA

Numerički model za analizu termičke interakcije kolosek/most prikazan je na slici 2 i predstavlja prostorni linijski model koji je razvijen u softveru Midas Civil [13] primenom metode konačnih elemenata i obuhvata konstrukciju mosta, konstrukciju koloseka na mostu i na zemljanom trupu ispred i iza mosta, elemente veze između koloseka i mosta, kao i između koloseka i zemljanog trupa. Model železničkog vijadukta sastoji se od niza betonskih prostih greda (10×30 m) ukupne dužine 300 m sa neprekinutim kolosekom. Ovaj model se koristi za proračun:

- dodatnih napona u kontinualno zavarenim šinama na mostu,
- veličine zazora pri pucanju šine na mostu,
- merodavne sile pritiska za kontrolu bočne stabilnosti koloseka na mostu.



Slika 2. Prikaz numeričkog modela za analizu termičke interakcije kolosek/most

U tabeli 1 dat je pregled ključnih karakteristika numeričkog modela korišćenog za analizu termičke interakcije kolosek/most, uključujući vrste primenjenih konačnih elemenata i elemenata veza, relevantne parametre konstrukcije koloseka i mosta, kao i definisane temperaturne promene koje su uzete u obzir u proračunu.

Tabela 1. Karakteristike numeričkog modela za analizu termičke interakcije kolosek/most

Konačni elementi i elementi veza	
Tip konačnih elemenata:	Prostorni linijski konačni element
Tipovi elemenata veza:	General elastic link Rigid elastic link Multi linear elastic link
Parametri konstrukcije koloseka	
Tip profila šine:	60E1
Kvalitet šinskog čelika:	R260 (klasa čelika) $\sigma_a = 900 \text{ N/mm}^2$ (zatezna čvrstoća) $E = 21 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$ (Young-ov modul elastičnosti) $\nu = 0,3$ (Poisson-ov koeficijent) $\alpha = 1,15 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ (koeficijent termičkog širenja) $\rho = 78,5 \text{ kN/m}^3$ (gustina materijala)
Otpori podužnom pomeranju neopterećenog koloseka (letnji uslovi):	Varijanta 1: 20 kN/m (na celoj dužini koloseka), 2 mm (granično relativno pomeranje) Varijanta 2: 16,67 kN/m (na dužini koloseka od 10 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta), 0,5 mm (granično relativno pomeranje) + 20 kN/m (na

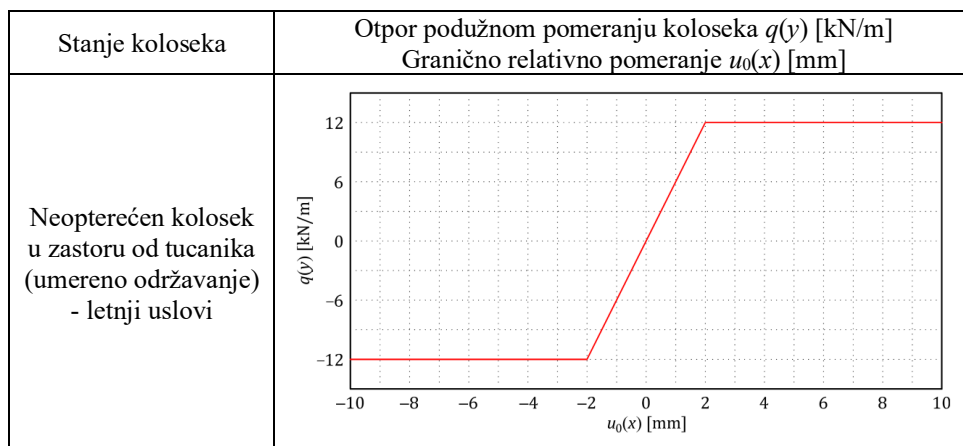
	<p>ostatku dužine koloseka), 2 mm (granično relativno pomeranje)</p> <p>Varijanta 3: 16,67 kN/m (na dužini koloseka od 20 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta), 0,5 mm (granično relativno pomeranje) + 20 kN/m (na ostatku dužine koloseka), 2 mm (granično relativno pomeranje)</p> <p>Varijanta 4: ZLR (na dužini koloseka od 10 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta) + 20 kN/m (na ostatku dužine koloseka), 2 mm (granično relativno pomeranje)</p> <p>Varijanta 5: ZLR (na dužini koloseka od 20 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta) + 20 kN/m (na ostatku dužine koloseka), 2 mm (granično relativno pomeranje)</p>
<p>Otpori podužnom pomeranju neopterećenog koloseka (zimski uslovi):</p>	<p>Varijanta 1: 30 kN/m (na celoj dužini koloseka), 0,5 mm (granično relativno pomeranje)</p> <p>Varijanta 2: 23,33 kN/m (na celoj dužini koloseka), 0,5 mm (granično relativno pomeranje)</p> <p>Varijanta 3: 16,67 kN/m (na dužini koloseka od 10 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta), 0,5 mm (granično relativno pomeranje) + 23,33 kN/m (na ostatku dužine koloseka), 0,5 mm (granično relativno pomeranje)</p> <p>Varijanta 4: 16,67 kN/m (na dužini koloseka od 20 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta), 0,5 mm (granično relativno pomeranje) + 23,33 kN/m (na ostatku dužine koloseka), 0,5 mm (granično relativno pomeranje)</p> <p>Varijanta 5: ZLR (na dužini koloseka od 10 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta) + 23,33 kN/m (na ostatku dužine koloseka), 0,5 mm (granično relativno pomeranje)</p> <p>Varijanta 6: ZLR (na dužini koloseka od 20 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta) + 23,33 kN/m (na ostatku dužine koloseka), 0,5 mm (granično relativno pomeranje)</p>
Parametri konstrukcije mosta	
Broj koloseka na mostu:	2 (dvokolosečni most)
Statički sistem mosta:	proste grede u nizu
Rasponi i ukupna dužina mosta:	10·30 m = 300 m
Dilatacione dužine mosta:	30 m
Raspored oslonaca mosta:	N (nepokretno) - P (pokretno)
Podužna krutost nepokretnog oslonca mosta:	200000 kN/m

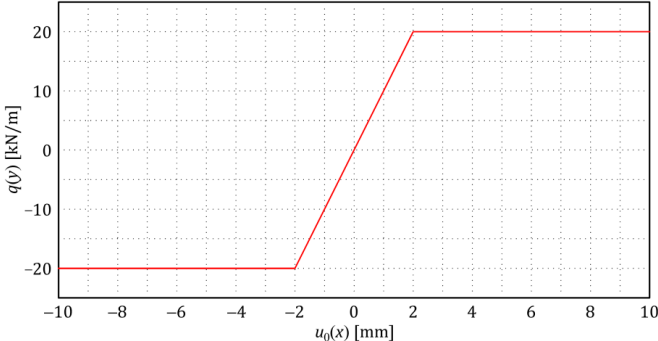
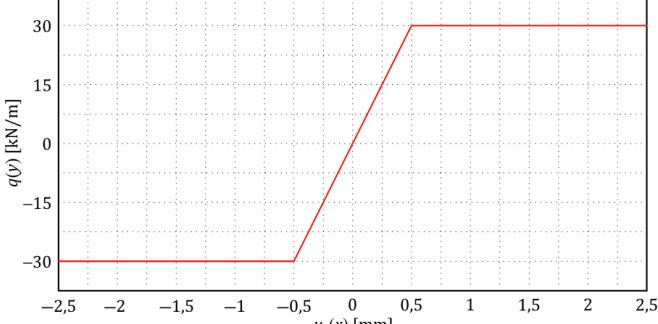
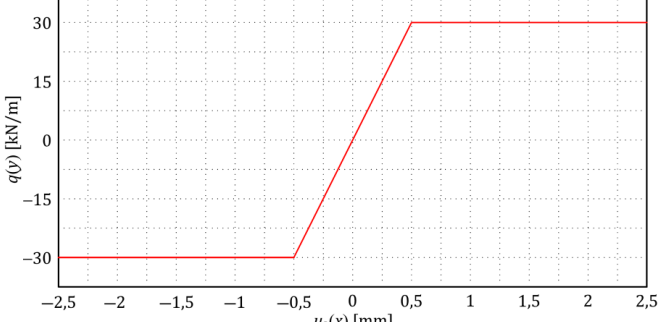
Geometrijske karakteristike konstrukcije gornjeg stroja mosta:	$A = 8,40 \text{ m}^2$ (površina poprečnog preseka) $I_{yy} = 3,80 \text{ m}^4$ (moment inercije - Y osa) $I_{zz} = 82,60 \text{ m}^4$ (moment inercije - Z osa) $h = 2 \text{ m}$ (visina konstrukcije gornjeg stroja mosta) $W = 12,5 \text{ m}$ (širina konstrukcije gornjeg stroja mosta)
Materijalne karakteristike konstrukcije gornjeg stroja mosta:	C 40/50 (klasa betona) $E = 3,52 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$ (Young-ov modul elastičnosti) $\nu = 0,2$ (Poisson-ov koeficijent) $\alpha = 1,00 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ (koeficijent termičkog širenja) $\rho = 25 \text{ kN/m}^3$ (gustina materijala)
Parametri opterećenja modela	
Temperaturna promena u konstrukciji gornjeg stroja mosta:	$+35 \text{ }^\circ\text{C}$ (letnji uslovi) $-35 \text{ }^\circ\text{C}$ (zimski uslovi)

Otpor podužnom pomeranju koloseka je najznačajniji parametar termičke interakcije kolosek/most koji ima uticaj na raspodelu dodatnih temperaturnih napona u kontinualno zavarenim šinama na mostu. Otpor podužnom pomeranju koloseka definiše vezu između konstrukcija koloseka i mosta, tj. sistem šinskog pričvršćenja, tip konstrukcije gornjeg stroja (kolosek u zastoru od tucanika ili kolosek na čvrstoj podlozi), kao i njegovo ponašanje u zavisnosti od vrste opterećenja (opterećen ili neopterećen kolosek), načina održavanja i vremenskih (klimatskih) uslova.

U numeričkom modelu veza između koloseka i mosta definisana je preko bilinearnih elastičnih veza čije su karakteristike prikazane u tabeli 2.

Tabela 2. Karakteristike elementa veze za analizu termičke interakcije kolosek/most u skladu sa preporukama [9]



<p>Neopterećen kolosek u zastoru od tucanika (dobro održavanje) - letnji uslovi</p>	
<p>Neopterećen kolosek u zastoru od tucanika - zimski uslovi</p>	
<p>Neopterećen kolosek na čvrstoj podlozi - letnji i zimski uslovi</p>	

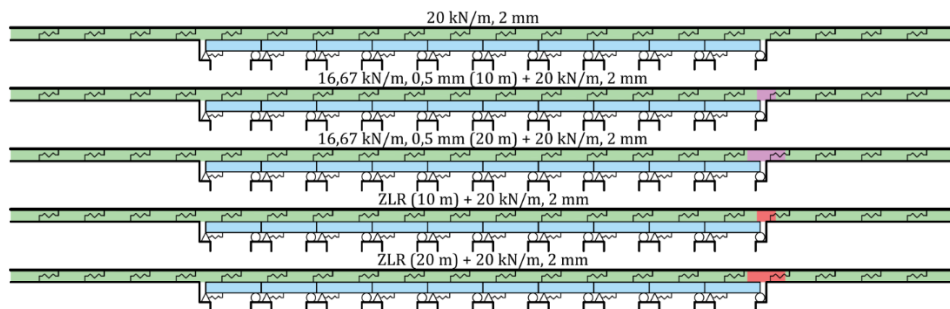
U slučaju koloseka na mostu koji je položen u zastoru od tucanika, merodavan otpor podužnom pomeranju koloseka određuje se kao manja vrednost između otpora podužnom pomeranju šine u odnosu na prag i otpora podužnom pomeranju praga kroz zastor od tucanika. U letnjim uslovima merodavan je otpor podužnom pomeranju praga kroz zastor, osim kada se koriste sistemi šinskih pričvršćenja sa redukovanim otporom podužnom pomeranju šine (< 7 kN po jednom šinskom pričvršćenju na ograničenoj dužini koloseka na mostu), kada je merodavan otpor podužnom pomeranju šine u odnosu na prag. U zimskim uslovima, usled zaleđivanja zastorne prizme, merodavan je otpor podužnom pomeranju šine u odnosu

na prag. Kod koloseka na čvrstoj podlozi, u svim temperaturnim uslovima merodavan je otpor podužnom pomeranju šine u odnosu na prag, odnosno betonsku ploču.

4. ANALIZA OSETLJIVOSTI - REZULTATI I DISKUSIJA

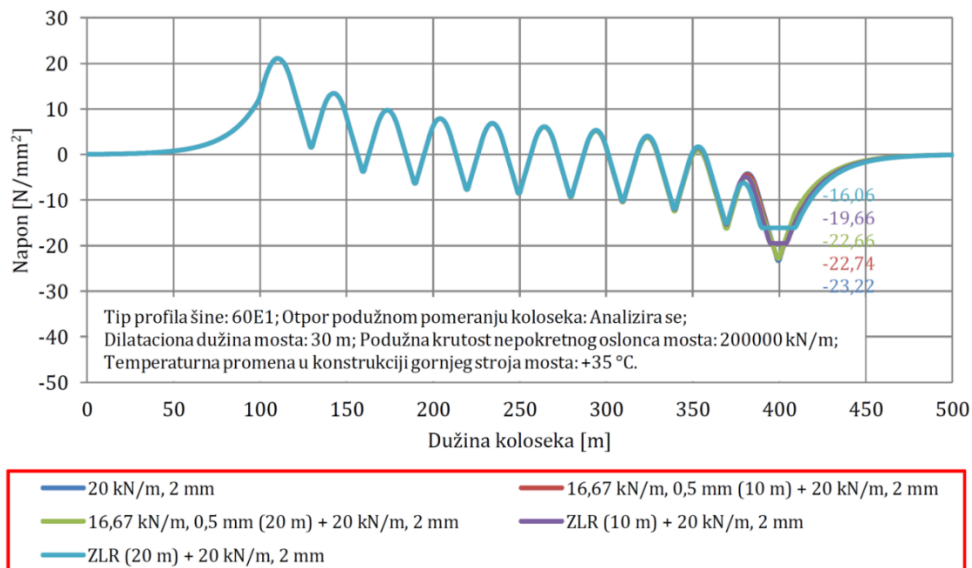
Na slici 3 prikazane su varijante otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika u letnjim uslovima. Proračun termičke interakcije kolosek/most sproveden je za pet varijanti otpora podužnom pomeranju koloseka:

- U prvoj varijanti usvojen je otpor podužnom pomeranju koloseka od 20 kN/m za granično relativno pomeranje od 2 mm na celoj dužini koloseka (kolosek proklizava po zastoru od tucanika);
- U drugoj i trećoj varijanti usvojen je otpor podužnom pomeranju koloseka od 16,67 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm na dužini od 10 m / 20 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta (šine proklizavaju po šinskim pričvršćenjima), dok je na ostatku dužine koloseka usvojen otpor podužnom pomeranju koloseka od 20 kN/m za granično relativno pomeranje od 2 mm (kolosek proklizava po zastoru od tucanika);
- U četvrtoj i petoj varijanti usvojen je ZLR (Zero Longitudinal Restraint) na dužini od 10 m / 20 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta (šine proklizavaju po šinskim pričvršćenjima), dok je na ostatku dužine koloseka usvojen otpor podužnom pomeranju koloseka od 20 kN/m za granično relativno pomeranje od 2 mm (kolosek proklizava po zastoru od tucanika).



Slika 3. Varijante otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika (letnji uslovi)

Na slici 4 prikazani su rezultati proračuna termičke interakcije kolosek/most i vrednosti dodatnih temperaturnih napona u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika u letnjim uslovima.



Slika 4. Vrednosti dodatnih temperaturnih napona u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika (letnji uslovi)

U tabeli 3 prikazane su maksimalne vrednosti dodatnih temperaturnih napona u zavisnosti od usvojenih otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika u letnjim uslovima, kao i procentualna smanjenja dodatnih temperaturnih napona za redukovane otpore podužnom pomeranju koloseka. Dobijeni rezultati pokazuju da se dodatni temperaturni naponi mogu smanjiti za $0,56 \text{ N/mm}^2$ (2,41 %) u slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara 1/3 dilatacione dužine mosta) primeni redukovani otpor podužnom pomeranju koloseka od 16,67 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm. Takođe, u slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara 1/3 dilatacione dužine mosta) primeni ZLR (Zero Longitudinal Restraint) dodatni temperaturni naponi mogu se smanjiti za $7,16 \text{ N/mm}^2$ (30,84 %).

Tabela 3. Maksimalne vrednosti dodatnih temperaturnih napona u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika (letnji uslovi)

Otpor podužnom pomeranju koloseka	Dodatni temperaturni naponi [N/mm ²]	Smanjenje dodatnih temperaturnih napona [%]
20 kN/m, 2 mm	-23,22	/
16,67 kN/m, 0,5 mm (10 m) + 20 kN/m, 2 mm	-22,74	-2,07
16,67 kN/m, 0,5 mm (20 m) + 20 kN/m, 2 mm	-22,66	-2,41
ZLR (10 m) + 20 kN/m, 2 mm	-19,66	-15,33
ZLR (20 m) + 20 kN/m, 2 mm	-16,06	-30,84

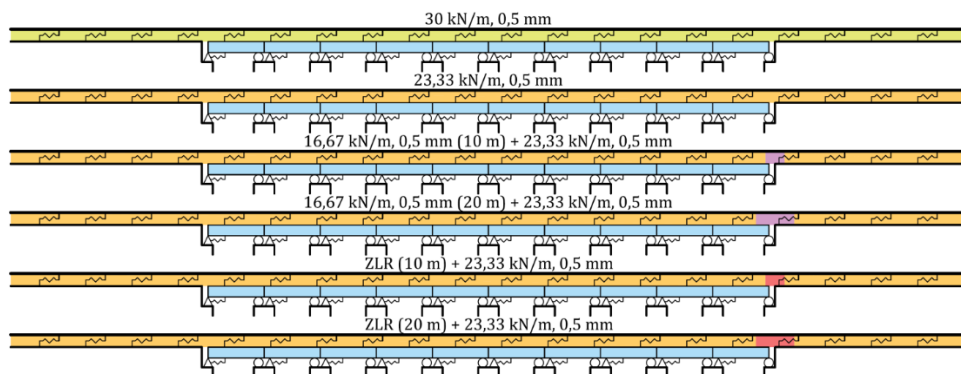
U tabeli 4 prikazane su maksimalne vrednosti sile pritiska merodavne za kontrolu bočne stabilnosti koloseka u zastoru od tucanika u letnjim uslovima u zavisnosti od usvojenih otpora podužnom pomeranju koloseka, kao i procentualna smanjenja sile pritiska za redukovane otpore podužnom pomeranju koloseka. Sile pritiska određene su za maksimalne temperaturne promene u šini od +42,5 °C i mostu od +35 °C. Dobijeni rezultati pokazuju da se sila pritiska može smanjiti za 109834 N (5,69 %) u slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara 1/3 dilatacione dužine mosta) primeni ZLR (Zero Longitudinal Restraint).

Tabela 4. Maksimalne vrednosti sile pritiska merodavne za kontrolu bočne stabilnosti u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika (letnji uslovi)

Otpor podužnom pomeranju koloseka	Sila pritiska [N]	Smanjenje sile pritiska [%]
20 kN/m, 2 mm	-1930654	/
16,67 kN/m, 0,5 mm (10 m) + 20 kN/m, 2 mm	-1923291	-0,38
16,67 kN/m, 0,5 mm (20 m) + 20 kN/m, 2 mm	-1922064	-0,44
ZLR (10 m) + 20 kN/m, 2 mm	-1876044	-2,83
ZLR (20 m) + 20 kN/m, 2 mm	-1820820	-5,69

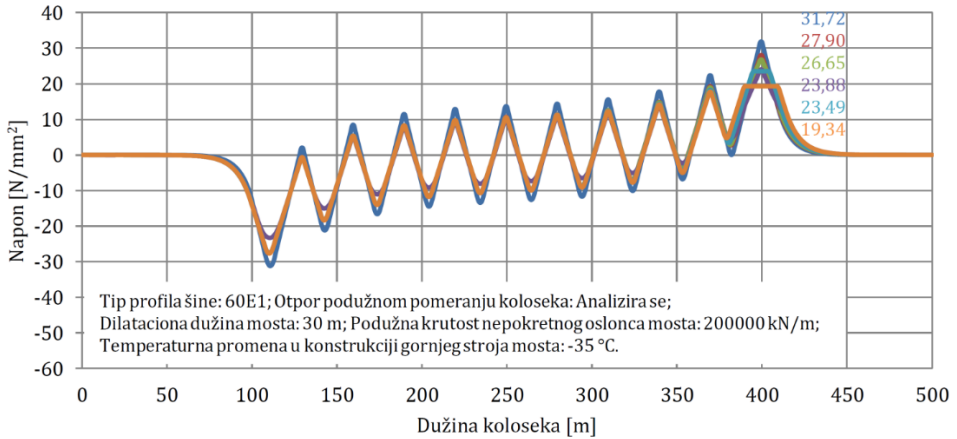
Na slici 5 prikazane su varijante otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika u zimskim uslovima i na čvrstoj podlozi u letnjim i zimskim uslovima. Proračun termičke interakcije kolosek/most sproveden je za šest varijanti otpora podužnom pomeranju koloseka:

- U prvoj varijanti usvojen je otpor podužnom pomeranju koloseka od 30 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm na celoj dužini koloseka (šine proklizavaju po šinskim pričvršćenjima);
- U drugoj varijanti usvojen je otpor podužnom pomeranju koloseka od 23,33 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm na celoj dužini koloseka (šine proklizavaju po šinskim pričvršćenjima);
- U trećoj i četvrtoj varijanti usvojen je otpor podužnom pomeranju koloseka od 16,67 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm na dužini od 10 m / 20 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta (šine proklizavaju po šinskim pričvršćenjima), dok je na ostatku dužine koloseka usvojen otpor podužnom pomeranju koloseka od 23,33 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm (šine proklizavaju po šinskim pričvršćenjima);
- U petoj i šestoj varijanti usvojen je ZLR (Zero Longitudinal Restraint) na dužini od 10 m / 20 m iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta (šine proklizavaju po šinskim pričvršćenjima), dok je na ostatku dužine koloseka usvojen otpor podužnom pomeranju koloseka od 23,33 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm (šine proklizavaju po šinskim pričvršćenjima).

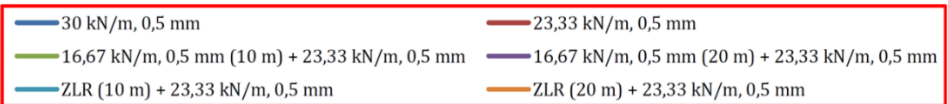
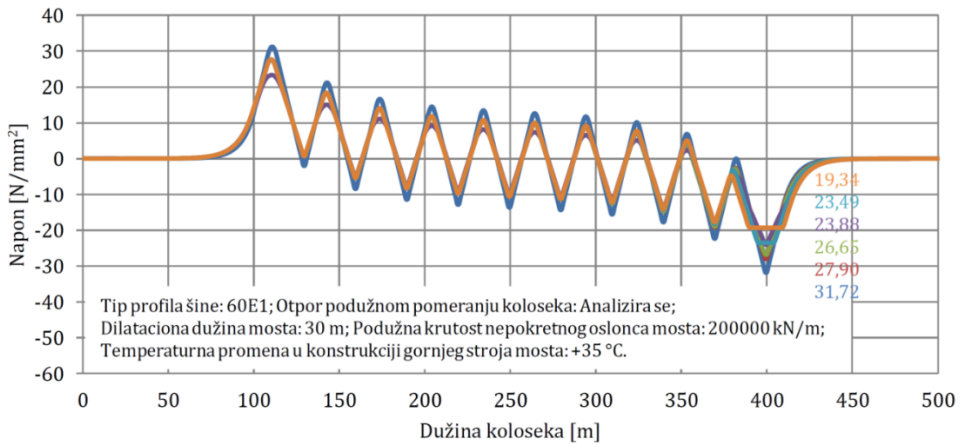


Slika 5. Varijante otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika (zimski uslovi) i na čvrstoj podlozi (letnji i zimski uslovi)

Na slikama 6 i 7 prikazani su rezultati proračuna termičke interakcije kolosek/most i vrednosti dodatnih temperaturnih napona u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika u zimskim uslovima, kao i na čvrstoj podlozi u letnjim i zimskim uslovima.



Slika 6. Vrednosti dodatnih temperaturnih napona u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika i na čvrstoj podlozi (zimski uslovi)



Slika 7. Vrednosti dodatnih temperaturnih napona u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka na čvrstoj podlozi (letnji uslovi)

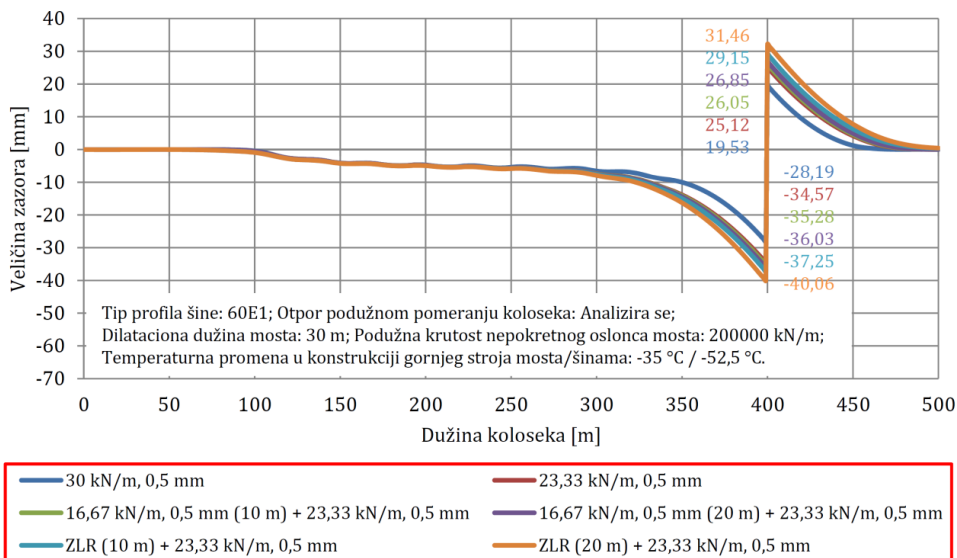
U tabeli 5 prikazane su maksimalne vrednosti dodatnih temperaturnih napona u zavisnosti od usvojenih otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika u zimskim uslovima i na čvrstoj podlozi u letnjim i zimskim uslovima, kao i procentualna smanjenja dodatnih temperaturnih napona za redukovane otpore podužnom pomeranju koloseka. Dobijeni rezultati pokazuju da se dodatni temperaturni naponi mogu smanjiti za $4,02 \text{ N/mm}^2$ (12,67 %) u slučaju kada se primeni redukovani otpor podužnom pomeranju koloseka od $23,33 \text{ kN/m}$ za granično relativno pomeranje od $0,5 \text{ mm}$ na celoj dužini koloseka. U slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara $1/3$ dilatacione dužine mosta) primeni redukovani otpor podužnom pomeranju koloseka od $16,67 \text{ kN/m}$ za granično relativno pomeranje od $0,5 \text{ mm}$, a na ostatku dužine koloseka otpor podužnom pomeranju koloseka od $23,33 \text{ kN/m}$ za granično relativno pomeranje od $0,5 \text{ mm}$ dodatni temperaturni naponi mogu se smanjiti za $7,84 \text{ N/mm}^2$ (24,72 %). Takođe, u slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara $1/3$ dilatacione dužine mosta) primeni ZLR (Zero Longitudinal Restraint), a na ostatku dužine koloseka otpor podužnom pomeranju koloseka od $23,33 \text{ kN/m}$ za granično relativno pomeranje od $0,5 \text{ mm}$ dodatni temperaturni naponi mogu se smanjiti za $12,38 \text{ N/mm}^2$ (39,03 %).

Tabela 5. Maksimalne vrednosti dodatnih temperaturnih napona u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika (zimski uslovi) i na čvrstoj podlozi (letnji i zimski uslovi)

Otpor podužnom pomeranju koloseka	Dodatni temperaturni naponi $[\text{N/mm}^2]$	Smanjenje dodatnih temperaturnih napona [%]
$30 \text{ kN/m}, 0,5 \text{ mm}$	$\pm 31,72$	/
$23,33 \text{ kN/m}, 0,5 \text{ mm}$	$\pm 27,70$	-12,67
$16,67 \text{ kN/m}, 0,5 \text{ mm} (10 \text{ m}) + 23,33 \text{ kN/m}, 0,5 \text{ mm}$	$\pm 26,65$	-15,98
$16,67 \text{ kN/m}, 0,5 \text{ mm} (20 \text{ m}) + 23,33 \text{ kN/m}, 0,5 \text{ mm}$	$\pm 23,88$	-24,72
ZLR (10 m) + $23,33 \text{ kN/m}, 0,5 \text{ mm}$	$\pm 23,49$	-25,95
ZLR (20 m) + $23,33 \text{ kN/m}, 0,5 \text{ mm}$	$\pm 19,34$	-39,03

Kao ograničavajući faktor pri smanjenju otpora podužnom pomeranju koloseka treba uzeti u obzir veličinu zazora pri pucanju šine u zimskim uslovima. Na slici 8 prikazane su vrednosti zazora pri pucanju šine u

zavisnosti od usvojenog otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika i na čvrstoj podlozi u zimskim uslovima. Smanjenje otpora podužnom pomeranju koloseka dovodi do povećanja veličine zazora pri pucanju šine.



Slika 8. Vrednosti zazora pri pucanju šine u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika i na čvrstoj podlozi (zimski uslovi)

U tabeli 6 prikazane su maksimalne vrednosti veličine zazora pri pucanju šine u zavisnosti od usvojenog otpora podužnom pomeranju koloseka, kao i procentualna povećanja veličine zazora za redukovane otpore podužnom pomeranju koloseka. Veličine zazora određene su za maksimalne temperaturne promene u šini od $-52,5$ °C i mostu od -35 °C. Dobijeni rezultati pokazuju da se veličina zazora pri pucanju šine može povećati za 11,97 mm (25,08 %) u slučaju kada se primeni redukovani otpor podužnom pomeranju koloseka od 23,33 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm na celoj dužini koloseka. U slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara 1/3 dilatacione dužine mosta) primeni redukovani otpor podužnom pomeranju koloseka od 16,67 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm, a na ostatku dužine koloseka otpor podužnom pomeranju koloseka od 23,33 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm veličina zazora pri pucanju šine može se povećati za 15,16 mm (31,77 %). Takođe, u slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara 1/3 dilatacione dužine mosta) primeni

ZLR (Zero Longitudinal Restraint), a na ostatku dužine koloseka otpor podužnom pomeranju koloseka od 23,33 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm veličina zazora pri pucanju šine može se povećati za 23,80 mm (49,87 %).

Tabela 6. *Maksimalne vrednosti zazora pri pucanju šine u zavisnosti od otpora podužnom pomeranju koloseka u zastoru od tucanika i na čvrstoj podlozi (zimski uslovi)*

Otpor podužnom pomeranju koloseka	Veličina zazora pri pucanju šine [mm]	Povećanje veličine zazora pri pucanju šine [%]
30 kN/m, 0,5 mm	47,72	/
23,33 kN/m, 0,5 mm	59,69	+25,08
16,67 kN/m, 0,5 mm (10 m) + 23,33 kN/m, 0,5 mm	61,33	+28,52
16,67 kN/m, 0,5 mm (20 m) + 23,33 kN/m, 0,5 mm	62,88	+31,77
ZLR (10 m) + 23,33 kN/m, 0,5 mm	66,40	+39,15
ZLR (20 m) + 23,33 kN/m, 0,5 mm	71,52	+49,87

5. ZAKLJUČAK

U cilju smanjenja dodatnih temperaturnih napona u kontinualno zavarenim šinama na vijaduktima, a na osnovu sprovedene analize osetljivosti, mogu se izvesti sledeći zaključci:

- Redukcijom otpora podužnom pomeranju koloseka moguće je smanjiti dodatne temperaturne napone u kontinualno zavarenim šinama na vijaduktu. Ključni ograničavajući faktor pri primeni sistema šinskih pričvršćenja sa redukovanim otporom je veličina zazora pri pucanju šine u zimskim uslovima;
- Dodatni temperaturni naponi u letnjim uslovima mogu se smanjiti do 31 % u slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara 1/3 dilatacione dužine mosta) primeni ZLR (Zero Longitudinal Restraint);
- Redukcijom otpora podužnom pomeranju koloseka moguće je smanjiti maksimalnu silu pritiska merodavnu za kontrolu bočne stabilnosti koloseka. Maksimalna sila pritiska može se smanjiti do 5,5 % u slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara 1/3 dilatacione dužine mosta) primeni ZLR (Zero Longitudinal Restraint);

- Dodatni temperaturni naponi u zimskim uslovima mogu se smanjiti do 39 % u slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara 1/3 dilatacione dužine mosta) primeni ZLR (Zero Longitudinal Restraint), a na ostatku dužine koloseka otpor podužnom pomeranju koloseka od 23,33 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm;
- Veličina zazora pri pucanju šine može se povećati do 50 % u slučaju kada se iznad krajnjeg pokretnog oslonca mosta u dužini od 20 m (od čega se 10 m nalazi na mostu i odgovara 1/3 dilatacione dužine mosta) primeni ZLR (Zero Longitudinal Restraint), a na ostatku dužine koloseka otpor podužnom pomeranju koloseka od 23,33 kN/m za granično relativno pomeranje od 0,5 mm.

Zahvalnica

Rezultati prikazani u ovom radu deo su istraživanja iz doktorske disertacije autora Nikole Mirkovića. Autori se zahvaljuju kompaniji Mostprojekt a.d. Beograd na tehničkoj podršci pri izradi doktorske disertacije.

6. LITERATURA

- [1] Mirković, N. Prilog numeričkoj analizi osnovnih i dodatnih temperaturnih napona u kontinualno zavarenim šinama, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 2023.
- [2] Fryba, L. Thermal interaction of long welded rails with railway bridges. Rail International. 1985. 16: 3.
- [3] Ruge, P., Birk, C. Longitudinal forces in continuously welded rails on bridgedecks due to nonlinear track-bridge interaction. Computers & structures. 2007. 85:7-8. p. 458-475.
- [4] Ruge, P., Widarda, D. R., Schmälzlin, G., Bagayoko, L. Longitudinal track-bridge interaction due to sudden change of coupling interface. Computers & Structures. 2009. 87: 1-2. p. 47-58.
- [5] Zhang, J. L., Wu, D. J., Li, Q. Loading-history-based track-bridge interaction analysis with experimental fastener resistance. Engineering Structures 83. 2015. p. 62-73.
- [6] Strauss, A., Šomodíková, M., Lehký, D., Novák, D., Bergmeister, K. Nonlinear finite element analysis of continuous welded rail-bridge interaction: monitoring-based calibration. Journal of Civil Engineering and Management, 2018, 24:4. p. 344-354.

- [7] Zhang, J., Wu, D., Li, Q., Zhang, Y. Experimental and numerical investigation of track-bridge interaction for a long-span bridge. *Structural Engineering and Mechanics. An Int'l Journal*. 2019. 70: 6. p. 723-735.
- [8] Dai, G. L., Liu, W. S. Applicability of small resistance fastener on long-span continuous bridges of high-speed railway. *Journal of Central South University*. 2013. 20: 5. p. 1426-1433.
- [9] UIC Code 774-3 (R). Track/bridge Interaction. Recommendations for calculations. Paris, France. 2001.
- [10] CEN/TC 250. EN 1991-2:2003/AC:2010. Eurocode 1: Actions on structures - Part 2: Traffic loads on bridges. Brussels, Belgium. 2010.
- [11] SRPS EN 1991-2. Evrokod 1: Dejstva na konstrukcije - Deo 2: Saobraćajna opterećenja na mostovima. 2012.
- [12] SRPS EN 1991-2/NA. Evrokod 1: Dejstva na konstrukcije - Deo 2: Saobraćajna opterećenja na mostovima - Nacionalni prilog. 2019.
- [13] Midas Civil Software, www.midasuser.com/en/product/civil, (pristupljeno, januar 2026.).